

NTMF036

INTERPRETACE KVANTOVÉ MECHANIKY

Shrnutí 5. přednášky

Pavel Krtouš

Shrnutí formalismu

⊙ kvantový stav

- maximální možná znalost systému
- $|\text{stav}\rangle$ – vektor v Hilbertově prostoru

⊙ kvantová pozorovatelná

- kóduje výsledné hodnoty a stavy měření kompatibilních vlastností
- \hat{A} – hermitovský operátor

$$\hat{A} = \sum_a a \hat{P}_a \leftrightarrow \text{projektory } \hat{P}_a \text{ odpovídající hodnotám } a \in I$$

⊙ střední hodnota pozorovatelné \hat{A} pro stav $|\text{stav}\rangle$

$$\langle \text{stav} | \hat{A} | \text{stav} \rangle$$

Efektivní popis statistické směsi

- ⊙ střední hodnota pozorovatelné pro směs \mathcal{S}

$$\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr}(\hat{A} \hat{D})$$

- ⊙ směs \mathcal{S} popsaná *operátorem hustoty*

$$\hat{D} = \sum_k |st\ k\rangle \langle st\ k| \quad \text{normalizace: } p(k) = \langle st\ k | st\ k \rangle$$

Obecné kvantové měření

- ⊙ báze kompatibilních podprostorů \mathcal{H}_a s projektory \hat{P}_a
- ⊙ proces měření – kolaps kvantového stavu

- před měřením:

$$|st\rangle$$

- po měření:

výsledek

pravděpodobnost

výsledný stav

a

$$p(a) = \langle st | \hat{P}_a | st \rangle$$

$$|\text{red } a\rangle = \hat{P}_a | st \rangle$$

Obecné kvantové měření

- ◉ báze kompatibilních podprostorů \mathcal{H}_a s projektory \hat{P}_a
- ◉ proces měření – kolaps směsi

- před měřením:

$$\hat{D}$$

- po měření:

výsledek

pravděpodobnost

výsledný stav

a

$$p(a) = \text{Tr}(\hat{P}_a \hat{D})$$

$$\hat{D}_{\text{red } a} = \hat{P}_a \hat{D} \hat{P}_a$$

- po měření bez čtení výsledku:

$$\hat{D}_{\text{red}} = \sum_a \hat{P}_a \hat{D} \hat{P}_a$$

Skládání systémů – stavy

„svět“ skládající se ze dvou podsystémů (systém s a přístroj a)

- ◉ nekorelované stavy

$$|s: \nearrow\rangle |a: -\rangle$$

- ◉ korelované stavy

$$\alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle |a: \div\rangle + \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle |a: \div\rangle$$

- ◉ obecný případ

$$\sum_{m,\mu} \alpha_{m,\mu} |s: m\rangle |a: \mu\rangle$$

Skládání systémů – pozorovatelné

„svět“ skládající se ze dvou podsystémů (systém s a přístroj a)

- ◉ pozorovatelné na s

$$\hat{A} = \hat{A}_s \otimes \hat{1}_a$$

- ◉ pozorovatelné na a

$$\hat{B} = \hat{1}_s \otimes \hat{B}_a$$

- ◉ obecná pozorovatelná – není součinného typu!

$$\hat{Q} = \sum_{m,\mu} \hat{A}_{sm} \otimes \hat{B}_{a\mu}$$

Zahrnutí přístroje do systému

- ⊙ přímé měření systému \mathcal{S}

- počáteční stav

$$|\mathcal{S}:st\rangle = \alpha_{\uparrow} |\mathcal{S}:\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\mathcal{S}:\downarrow\rangle$$

- pozorovatelná daná bází

$$|\mathcal{S}:\uparrow\rangle \quad |\mathcal{S}:\downarrow\rangle$$

- měření (proces II)

$$|\mathcal{S}:st\rangle \rightarrow \begin{cases} \alpha_{\uparrow} |\mathcal{S}:\uparrow\rangle & p_{\uparrow} = |\alpha_{\uparrow}|^2 \\ \alpha_{\downarrow} |\mathcal{S}:\downarrow\rangle & p_{\downarrow} = |\alpha_{\downarrow}|^2 \end{cases}$$

Zahrnutí přístroje do systému

- ⊙ systém s a přístroj a

- počáteční stav

$$|s: st\rangle|a: -\rangle = \alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle|a: -\rangle + \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle|a: -\rangle$$

- interakce mezi systémem a přístrojem – unitární vývoj (proces I)

$$|s: \uparrow\rangle|a: -\rangle \rightarrow |s: \uparrow\rangle|a: \dot{-}\rangle$$

$$|s: \downarrow\rangle|a: -\rangle \rightarrow |s: \downarrow\rangle|a: \dot{-}\rangle$$

Zahrnutí přístroje do systému

- ⊙ systém s a přístroj a

- počáteční stav

$$|s: st\rangle|a: -\rangle = \alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle|a: -\rangle + \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle|a: -\rangle$$

- interakce mezi systémem a přístrojem – unitární vývoj (proces I)

$$|s: \uparrow\rangle|a: -\rangle \rightarrow |s: \uparrow\rangle|a: \div\rangle$$

$$|s: \downarrow\rangle|a: -\rangle \rightarrow |s: \downarrow\rangle|a: \div\rangle$$

- vývoj počátečního stavu (proces I)

$$|s: st\rangle|a: -\rangle \rightarrow |korel\rangle = \alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle|a: \div\rangle + \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle|a: \div\rangle$$

Zahrnutí přístroje do systému

⊙ měření přístroje a

- korelovaný stav

$$|\text{korel}\rangle = \alpha_{\uparrow} |s:\uparrow\rangle|a:\dot{\cdot}\rangle + \alpha_{\downarrow} |s:\downarrow\rangle|a:\ddot{\cdot}\rangle$$

- pozorovatelná daná bází

$$|a:\dot{\cdot}\rangle \quad |a:\ddot{\cdot}\rangle$$

- měření korelovaného stavu (proces II)

$$|\text{korel}\rangle \rightarrow \begin{cases} \alpha_{\uparrow} |s:\uparrow\rangle|a:\dot{\cdot}\rangle & p_{\dot{\cdot}} = |\alpha_{\uparrow}|^2 \\ \alpha_{\downarrow} |s:\downarrow\rangle|a:\ddot{\cdot}\rangle & p_{\ddot{\cdot}} = |\alpha_{\downarrow}|^2 \end{cases}$$

Zahrnutí přístroje do systému

- ⊙ měření systému s

$$|s:st\rangle \rightarrow \begin{cases} \alpha_{\uparrow} |s:\uparrow\rangle \\ \alpha_{\downarrow} |s:\downarrow\rangle \end{cases} \quad \begin{aligned} p_{\uparrow} &= |\alpha_{\uparrow}|^2 \\ p_{\downarrow} &= |\alpha_{\downarrow}|^2 \end{aligned}$$

- ⊙ měření přístroje a po korelaci se systémem s

$$|\text{korel}\rangle \rightarrow \begin{cases} \alpha_{\uparrow} |s:\uparrow\rangle |a:\dot{-}\rangle \\ \alpha_{\downarrow} |s:\downarrow\rangle |a:\bar{-}\rangle \end{cases} \quad \begin{aligned} p_{\dot{-}} &= |\alpha_{\uparrow}|^2 \\ p_{\bar{-}} &= |\alpha_{\downarrow}|^2 \end{aligned}$$

- ⊙ výsledky si odpovídají!

- korelované výsledky
- stejné pravděpodobnosti
- součinné výsledné stavy (lze provést dekompozici systému a přístroje)

Řetězec systém – pozorovatel

⊙ ,svět‘ skládající se z částí:

- zkoumaný systém s
- měřící přístroje a_1, a_2, a_3, \dots
- makroskopické okolí σ
- pozorovatel p

– fyzické tělo, mozek, vědomí (?)

Řetězec systém – pozorovatel

⊙ ‚svět‘ skládající se z částí:

- zkoumaný systém s
- měřicí přístroje a_1, a_2, a_3, \dots
- makroskopické okolí σ
- pozorovatel p

⊙ měření = 1) korelace systému, přístrojů, okolí a pozorovatele (proces I)

$$|s: st\rangle |a_1: -\rangle |a_2: -\rangle \dots |\sigma: \# \rangle |p: ? \rangle \rightarrow |\text{korel}\rangle$$

$$|\text{korel}\rangle = \alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle |a_1: \dot{-}\rangle |a_2: \dot{-}\rangle \dots |\sigma: \uparrow\uparrow\rangle |p: \leftarrow \uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle |a_1: \dot{-}\rangle |a_2: \dot{-}\rangle \dots |\sigma: \downarrow\downarrow\rangle |p: \leftarrow \downarrow\rangle$$

Řetězec systém – pozorovatel

⊙ ,svět‘ skládající se z částí:

- zkoumaný systém s
- měřicí přístroje a_1, a_2, a_3, \dots
- makroskopické okolí σ
- pozorovatel p

⊙ měření = 1) korelace částí (proces I)

$$|\text{korel}\rangle = \alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle |a_1: \div\rangle |a_2: \div\rangle \dots |\sigma: \uparrow\uparrow\rangle |p: \leftarrow \uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle |a_1: \div\rangle |a_2: \div\rangle \dots |\sigma: \Downarrow\rangle |p: \leftarrow \Downarrow\rangle$$

⊙ měření = 2) kolaps stavu (proces II)

$$|\text{korel}\rangle \rightarrow \begin{cases} \alpha_{\uparrow} |s: \uparrow\rangle |a_1: \div\rangle |a_2: \div\rangle \dots |\sigma: \uparrow\uparrow\rangle |p: \leftarrow \uparrow\rangle & p_{\uparrow} = |\alpha_{\uparrow}|^2 \\ \alpha_{\downarrow} |s: \downarrow\rangle |a_1: \div\rangle |a_2: \div\rangle \dots |\sigma: \Downarrow\rangle |p: \leftarrow \Downarrow\rangle & p_{\downarrow} = |\alpha_{\downarrow}|^2 \end{cases}$$

Problém kvantového měření

Co spouští kolaps kvantového stavu?

- ⊙ měření = 1) korelace částí (proces I)

$$|\text{korel}\rangle = \alpha_{\uparrow} |s:\uparrow\rangle |a_1:\div\rangle |a_2:\div\rangle \dots |\sigma:\uparrow\rangle |p:\leftarrow\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |s:\downarrow\rangle |a_1:\div\rangle |a_2:\div\rangle \dots |\sigma:\downarrow\rangle |p:\leftarrow\downarrow\rangle$$

- ⊙ měření = 2) kolaps stavu (proces II)

$$|\text{korel}\rangle \rightarrow \begin{cases} \alpha_{\uparrow} |s:\uparrow\rangle |a_1:\div\rangle |a_2:\div\rangle \dots |\sigma:\uparrow\rangle |p:\leftarrow\uparrow\rangle & p_{\uparrow} = |\alpha_{\uparrow}|^2 \\ \alpha_{\downarrow} |s:\downarrow\rangle |a_1:\div\rangle |a_2:\div\rangle \dots |\sigma:\downarrow\rangle |p:\leftarrow\downarrow\rangle & p_{\downarrow} = |\alpha_{\downarrow}|^2 \end{cases}$$

Restrikce na podsystém

stav celého systému

$$\hat{D}$$

pozorovatelné na s

$$\hat{A} = \hat{A}_s \otimes \hat{\mathbb{1}}_\sigma$$

efektivní popis části s pomocí operátoru hustoty

$$\hat{D} \Big|_s = \text{Tr}_{\mathcal{H}_\sigma} \hat{D}$$

platí

$$\text{Tr} \hat{A} \hat{D} = \text{Tr}_{\mathcal{H}_s} \hat{A}_s \hat{D} \Big|_s$$

$$\langle \hat{A} \rangle = \langle \hat{A}_s \rangle_s$$

Měření v „druhé“ části

stav celého systému

$$\hat{D}$$

pozorovatelné na s

$$\hat{A}_s \otimes \hat{1}_\sigma$$

pozorovatelné na σ

$$\hat{1}_s \otimes \hat{B}_\sigma$$

měření na σ – projektory $\hat{P}_b = \hat{1}_s \otimes \hat{P}_{\sigma b}$

$$\hat{D}_{\text{red}_{\sigma b}} = \hat{P}_b \hat{D} \hat{P}_b$$

Měření v ‚druhé‘ části

stav celého systému

$$\hat{D}$$

pozorovatelné na s

$$\hat{A}_s \otimes \hat{1}_\sigma$$

pozorovatelné na σ

$$\hat{1}_s \otimes \hat{B}_\sigma$$

měření na σ – projektory $\hat{P}_b = \hat{1}_s \otimes \hat{P}_{\sigma b}$

$$\hat{D}_{\text{red}_{\sigma b}} = \hat{P}_b \hat{D} \hat{P}_b$$

výsledek z σ neznámý

$$\hat{D}_{\text{red}_\sigma} = \sum_b \hat{P}_b \hat{D} \hat{P}_b$$

Měření v ‚druhé‘ části

stav celého systému

$$\hat{D}$$

pozorovatelné na s

$$\hat{A}_s \otimes \hat{1}_\sigma$$

pozorovatelné na σ

$$\hat{1}_s \otimes \hat{B}_\sigma$$

měření na σ – projektory $\hat{P}_b = \hat{1}_s \otimes \hat{P}_{\sigma b}$

$$\hat{D}_{\text{red}_{\sigma b}} = \hat{P}_b \hat{D} \hat{P}_b$$

výsledek z σ neznámý

$$\hat{D}_{\text{red}_\sigma} = \sum_b \hat{P}_b \hat{D} \hat{P}_b$$

restrikce na s

$$\hat{D}_{\text{red}_\sigma}|_s = \hat{D}|_s$$

Lokalita měření

- ⊙ Proces měření v jedné části není měřitelný
přístroji pouze v druhé části

$$\hat{D}_{\text{red}_\sigma} \Big|_{\mathcal{S}} = \hat{D} \Big|_{\mathcal{S}}$$

Záznam o měření

- ⊙ korelaci systému s s jiným systémem z (záznamníkem)
 - hodnoty vlastnosti na s korelují s hodnotami vlastnosti na z

$$|\text{korel}\rangle = \sum_m \alpha_m |s:m\rangle |z:m\rangle$$

Záznam o měření

- ⊙ korelaci systému s s jiným systémem z (záznamníkem)
 - hodnoty vlastnosti na s korelují s hodnotami vlastnosti na z

$$|\text{korel}\rangle = \sum_m \alpha_m |s:m\rangle |z:m\rangle$$

- ⊙ pokud máme přístup pouze k systému s
 - ⇒ nezáleží, zda si někdo záznamník z přečte
 - ⇒ lze efektivně předpokládat, že záznamník z byl změřen
 - ⇒ systém s se chová, jako by byl efektivně změřen

$$\hat{D} \Big|_s = \hat{D}_{\text{red}_z} \Big|_s = \hat{D}_s \text{red}$$

Dekoherence

- ⊙ makroskopické systémy mají ,automatický záznam‘ v okolí \mathcal{O}
 - hodnoty vlastnosti na \mathcal{S} se postupně zaznamenávají v okolí \mathcal{O}

$$|\text{korel } t\rangle = \sum_m |s: m\rangle |\mathcal{O}: m t\rangle$$

- pokud stavy $|\mathcal{O}: m t\rangle$ rozlišují hodnoty m , jedná se o záznam

$$\langle \mathcal{O}: m | \mathcal{O}: n \rangle \approx 0 \text{ pro } m \neq n$$

- ⊙ restrikce na systém se se zlepšováním záznamu blíží k redukovanému stavu

$$\hat{D}(t) \Big|_{\mathcal{S}} \xrightarrow{t} \hat{D}_{\text{red}}$$

(diagonalizace $\hat{D}(t)|_{\mathcal{S}}$ bázi $|s: m\rangle$)

proces dekoherence

Dekoherence

- ⊙ makroskopické okolí \mathcal{O} nemáme pod kontrolou
 - neumíme měřit pozorovatelné na \mathcal{O} s kvantovou přesností
 - nemáme přístup k pozorovatelným měřícím superpozici záznamů
- ⊙ vytvoření záznamu v okolí efektivně provede redukci na systému \mathcal{S}
 - nezáleží, zde v řetězci systém–pozorovatel někdo způsobí kolaps
 - záznam v okolí \Rightarrow systém a přístroje se chovají, jako by došlo ke kolapsu

efektivní redukce